

1. 7 个个别试题是陈题, 经过简单改编产生. 为了比较方便, 我会把原题与考题分别给出:

理科第 19 题 “设椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 M 的坐标为 $(2, 0)$. (1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 AM 的方程. (2) 设 O 为坐标原点, 证明: $\angle OMA = \angle OMB$.” 2015 年全国 I 卷理科第 20 题 “在直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C: y = \frac{x^2}{4}$ 与直线 $y = kx + a (a > 0)$ 交于 M, N 两点, (I) 当 $k=0$ 时, 分别求 C 在点 M 和 N 处的切线方程; (II) y 轴上是否存在点 P , 使得当 k 变动时, 总有 $\angle OPM = \angle OPN$? 说明理由”, 稍作对比即可发现这两题关键的第二问很相似.

理科第 21 题 “已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$. (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性. (2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$ ”. 2011 年湖南文科高考题的第 22 题 “已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x$. (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性. (2) 若 $f(x)$ 的两个极值点 x_1, x_2 , 记过点 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$, 直线的斜率为 k , 问: 是否存在 a 使得 $k = 2 - a$? 若存在, 求出 a 的值, 若不存在, 请说明理由”. 此题后来被两次引用, 其一 “2017 届湖南省湘中名校教研教改联合体高三 12 月联考理数试题”. 其二中山市 2017 至 2018 学年度高二理科期末统考的第 21 题. 这两题的相似度有多大? 无论是第一问还是第二问, 也无论是试题结构还是解答都是无限的相似.

在追求原创的今天, 如何解释这个问题呢? 也许命题者深知 “刷题之苦”, 在此处故意漏下一笔也让刷题者 “会心” 一次. 但你可知道, 在高考竞争如此激烈的情况下, 你这一漏把 “公平” 给漏掉了, 让未刷到此题的考生人多么恼火吗? 也让那些苦苦设计知识点、线、面综合试题, 以求全方位覆盖的老师感到多么失望. 不是陈题不可用, 是要进行较大改编后再用, 毕竟高考不是一般性考试.

上述是本次试题的大致特点, 下面我们一齐来欣赏一下具体试题.

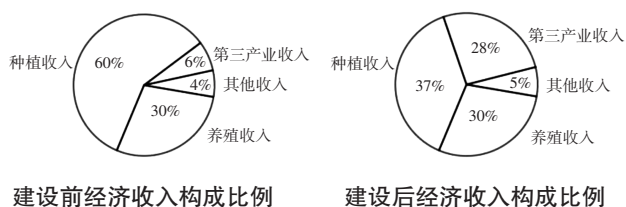
2. 好题赏析

2.1. 易错题

理科第 3 题: 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍, 实现翻番,

为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例, 得到如下饼图:

则下面结论中不正确的是 ()



- A. 新农村建设后, 种植收入减少
- B. 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

分析与评 本题注意到 “增加了一倍” 后, 很快会发现 $60\% < 37\% \times 2$ 从而产生正确结论 A, 但粗心的人会发现 A 是对的, 错的结论是 C 因为都是 30%, 何来增加一倍呢? 此陷阱设计得相当的好.

2.2. 知识点交汇型

理科第 5 题: 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$, 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = -2x$
- B. $y = -x$
- C. $y = 2x$
- D. $y = x$

分析与评 注意到奇函数, 则奇次方的系数一定为零, 立得 $a=1$, 于是有 $f'(x) = 3x+1$, 得 $f'(0) = 1$, 从而得答案 D. 本题将函数的奇偶性与导数的应用结合, 虽不难, 但首先确定 a 的值成了关键.

文科第 12 题: 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ 则满足 $f(x+1) \leq f(2x)$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$
- B. $(0, +\infty)$
- C. $(-1, 0)$
- D. $(-\infty, 0)$

分析与评 注意 $x > 0$ 时, $f(x) = 1$ 于是 $\begin{cases} x+1 > 0, \\ 2x > 0, \end{cases}$ 即 $x > 0$ 时, $f(x+1) < f(2x)$ 无解.

那么, 由 $\begin{cases} x+1 < 0, \\ x+1 > 2x \end{cases} \Rightarrow x < -1$ 或 $\begin{cases} 2x < 0, \\ x+1 > 2x \end{cases} \Rightarrow x < 0$, 得 x 的取值范围是 $x < 0$, 选 D.

本题设计相当好, 把函数的单调性与常函数的特征联系在一起, 稍有粗心便会出错.

2.3. 数形结合

理科第 9 题: 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $[-1, 0)$
- B. $[0, +\infty)$
- C. $[-1, +\infty)$
- D. $[1, +\infty)$

分析与评 由 $f(x) + x + a = 0 \Rightarrow f(x) = -x - a$ 分别作出 $f(x)$ 与 $y = -x - a$ 的图像, 如右图, 可以看出: $y = -x - a$ 当过点 $(1, 0)$ 时, 恰有两个交点, 此时直线 $y = -x - a$ 向上平移只有一个交点, 向下平移时有两个交点, 于是, 由 $-a \leq 1 \Rightarrow a \geq -1$.

本题考查函数零点与数形结合思想, 试题不难, 但小巧精干.

2.4. 和谐型

理科第 8 题: 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$ ()

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

